

TABLE DES MATIÈRES

Préface	iii
I. ITENBERG — <i>Introduction à la géométrie tropicale</i>	1
1. Introduction.....	1
2. Semi-corps tropical.....	2
2.1. Opérations tropicales.....	2
2.2. Déquantification des nombres réels strictement positifs	2
3. Courbes tropicales dans \mathbb{R}^2	3
3.1. Polynômes tropicaux.....	3
3.2. Dualité.....	5
3.3. Description géométrique.....	8
3.4. Courbes tropicales irréductibles.....	10
3.5. Version tropicale du théorème de Bézout.....	10
3.6. Problèmes énumératifs.....	14
4. Amibes de courbes complexes.....	15
5. Amibes non archimédiennes.....	18
6. Exercices.....	21
Références.....	23
E. BRUGALLÉ — <i>Géométries énumératives complexe, réelle et tropicale</i>	25
1. Introduction.....	25
2. Géométrie énumérative complexe.....	27
2.1. Échauffement.....	27
2.2. Un problème simple de géométrie énumérative.....	28
2.3. Un problème énumératif plus général... et plus compliqué.....	32
3. Géométrie énumérative réelle.....	42
3.1. Courbes algébriques réelles.....	42
3.2. Le réel, c'est compliqué.....	46

3.3. Invariants de Welschinger.....	50
4. Géométrie énumérative tropicale.....	53
4.1. Courbes tropicales nodales.....	53
4.2. Théorèmes de correspondance.....	56
5. Décomposition en étages de courbes tropicales.....	61
5.1. Étages d'une courbe tropicale.....	62
5.2. Énumération de diagrammes en étages.....	68
6. Applications.....	74
6.1. En géométrie énumérative complexe.....	75
6.2. Comportement des invariants de Welschinger.....	76
7. Exercices dont je ne connais pas la solution.....	79
8. Pour aller plus loin.....	80
Appendice : Preuve du Théorème 6.4, errata (en collaboration avec Gurvan Mével).....	81
Références.....	84
B. TEISSIER — <i>Amibes non archimédiennes</i>	85
1. Introduction.....	85
2. Quelques rappels.....	87
3. Polyèdres de Newton.....	93
4. Fonction d'appui et transformation de Legendre.....	94
5. Complexes polyédraux rationnels.....	101
Exemple fondamental.....	102
6. Un peu d'analyse.....	109
7. Amibes non archimédiennes et amibes classiques.....	110
Références.....	113

PRÉFACE

En dépit de son qualificatif évocateur (et de l'illustration de couverture), la « géométrie tropicale » ne décrit pas une région foisonnante de la planète. Les « amibes » qu'on y rencontre, inoffensives, aideront le lecteur à mieux la comprendre à partir de la géométrie classique.

De quoi s'agit-il ? Simplement d'« appliquer le logarithme » (en un sens à préciser) à l'algèbre et la géométrie usuelles. Ainsi, les opérations d'addition et de multiplication sont respectivement remplacées par le maximum et l'addition. Que deviennent les polynômes et leurs graphes ? Quelle forme ont les courbes qui s'en déduisent ? Comment s'intersectent-elles ? Que devient le théorème de Bézout dans le monde tropical ?

La géométrie tropicale est aussi la géométrie sous-jacente aux exposants intervenant dans les équations polynomiales, et l'une de ses origines réside justement dans la méthode de Newton pour la résolution des équations algébriques. Il est alors naturel de ne pas se limiter aux nombres usuels (réels) et d'explorer aussi le monde non archimédien, qui donne un nouvel éclairage sur cette géométrie.

Tels sont quelques thèmes abordés dans les textes de ce volume : celui d'Ilia Itenberg sert d'introduction à l'ensemble, et analyse en détail l'algèbre « max-plus » ; celui d'Erwan Brugallé nous montre l'intérêt de compter en géométrie tropicale ; enfin, celui de Bernard Teissier aborde la résolution d'équations algébriques.

Nous remercions Dominique Tournès de nous avoir fourni la photo de palétuviers qui a servi pour l'illustration de la couverture.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, et tout particulièrement la Direction des Études, pour l'aide matérielle importante qu'elles ont apportée à la préparation de ces journées et à la publication de ce volume. Nous remercions aussi le secrétariat du Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, notamment Claudine Harmide et Michèle Lavallette.

Pascale Harinck, Alain Plagne et Claude Sabbah

xups08-01, p. 1-25

**INTRODUCTION
À LA GÉOMÉTRIE TROPICALE**

Ilia Itenberg

Veuillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici
Please compile this file separately and insert it here

xups08-02, p. 27–87

**GÉOMÉTRIES ÉNUMÉRATIVES COMPLEXE,
RÉELLE ET TROPICALE**

Erwan Brugallé

Veillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici
Please compile this file separately and insert it here

xups08-03, p. 89-118

AMIBES NON ARCHIMÉDIENNES

Bernard Teissier

Veillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici
Please compile this file separately and insert it here