

1. INTRODUCTION

- terminologie en dynamique: itéré, point fixe, périodique, période, point prépréperiodique
- quelques questions basiques concernant les points d'orbite finie: $\text{per}(f)$ est-il fini? Compter les points périodiques; décrire la topologie de $\text{per}(f)$; la distribution des points périodiques.
- quelques questions basiques concernant les points d'orbite infinie: sont-ils dense? peut-on décrire la distribution des orbites?

1.1. Fractions rationnelles en dimension 1.

- les données: $\text{car}(K) = 0$, $f = P/Q \in K(T)$, $\deg(f)$.
- application induite par f sur $\mathbb{P}^1(K) = K \cup \{\infty\}$
- Thm si K est alg. clos, $\text{card}(\text{fix}(f^n)) = d^n + O(1)$; si K/\mathbb{Q} est une extension finie, alors $\text{preper}(f, K)$ est finie
- exemple des applications monomiales
- exemple $f(T) = T^2 - 29/16$ pour lequel $\text{card}(\text{preper}(f, \mathbb{Q})) = 9$
- conjecture de Poonen puis conjecture UBC

1.2. Quelques conjectures en dimension plus grande. $K^{\text{alg}} = K$.

1.2.1. Zariski dense orbit conjecture.

- existence d'orbite infinie en dimension 1: le cas non dénombrable puis sur un corps de nombre
- préliminaire de géométrie algébrique: topologie de Zariski sur \mathbb{A}_K^N
- énoncé de la conjecture pour un endomorphisme $f: \mathbb{A}_K^N \rightarrow \mathbb{A}_K^N$

1.2.2. Dynamical Mordell-Lang conjecture.

- énoncé de la conjecture pour un endomorphisme $f: \mathbb{A}_K^N \rightarrow \mathbb{A}_K^N$
- le théorème de Lech-Mahler-Skolem
- discussion de la méthode p -adique

1.2.3. Dynamical Manin-Mumford conjecture.

- énoncé de la conjecture
- discussion

1.3. Références.

- J. Silverman. *The arithmetic of dynamical system.*
- B. Poonen. *The classification of rational preperiodic points of quadratic polynomials over \mathbb{Q} : a refined conjecture.*
- J. Bell, D. Ghioca, T. Tucker. *The dynamical Mordell-lang conjecture.*
- J. Xie. *The existence of Zariski-dense orbits for endomorphisms of projective surfaces.*
- D. Ghioca, T. Tucker, S.-W. Zhang. *Towards a dynamical Manin-Mumford conjecture.*

1.4. Exercices et problèmes. Traiter les exercices 2, 5 et 7 de la première feuille d'exercices.