

ALEX GROSSMANN

UN HOMME MULTIDISCIPLINAIRE

Alex Grossmann marque de son sceau ce qu'il est convenu d'appeler *la physique mathématique*. Mais ceux qui connaissent bien Alex savent qu'il n'aimait pas cette expression ambiguë, déséquilibrée et devenue, au fil du temps, fondamentalement *disciplinaire*. Tout son contraire, lui qui a su, et avec quel succès, être profondément ancré dans de multiples disciplines.

Un bref et donc partiel déroulé de l'œuvre d'Alex Grossmann fera parfaitement comprendre l'esprit que nous semble revêtir sa si multidisciplinaire pensée.

La carrière scientifique d'Alex Grossmann peut schématiquement se diviser en trois périodes. Il se consacre tout d'abord, à partir de 1960, à la mécanique quantique et à des questions importantes d'analyse s'y rapportant. Il s'est plus récemment tourné vers la génétique et la biologie. Et bien sûr, à partir de 1983, c'est essentiellement le développement de l'analyse en ondelettes qui l'occupe. Il en est d'ailleurs l'un des fondateurs initiaux.

Toutefois le succès rencontré par cette nouvelle théorie tant au niveau théorique que dans ses diverses applications, ne doit pas faire oublier l'ampleur et la diversité de la contribution scientifique d'Alex Grossmann. Ce qui frappe le plus lorsque l'on consulte les articles qu'il a publiés depuis le tout début des années soixante (le premier date de 1960), c'est le nombre de premiers pas décisifs qu'il a effectués.

Si l'on excepte certains travaux en théorie quantique des champs, en physique statistique (en collaboration avec J. Ginibre et D. Ruelle), en théorie de la relativité (avec R. Coquereaux), et bien-sûr les ondelettes et la biologie, la majorité des travaux d'Alex Grossmann concernent la mécanique quantique. Mais il faut bien remarquer que, depuis l'époque où naissait ce qu'il est tout de même pratique d'appeler la physique mathématique contemporaine, les idées d'Alex Grossmann ont influencé la physique moderne par une vision très personnelle (géométrique disent certains) de l'analyse mathématique.

Ses travaux sur les ondelettes et l'importance que nous leur reconnaissons, pourraient occulter à tort ses travaux antérieurs. Pour préserver cet équilibre, il nous a semblé nécessaire de détailler un peu son œuvre, même si cette liste, encore une fois, ne saurait être exhaustive.

I

Les premiers travaux importants d'Alex Grossmann (1961-62) sont consacrés à la théorie de la diffusion. Dans une série d'articles, certains en collaboration avec T.T. WU, les propriétés d'analyticité des amplitudes de diffusion sont discutées rigoureusement pour la première fois, avec des résultats tout à fait originaux et novateurs. On connaît l'abondante activité scientifique consacrée depuis cette époque à ce problème.

Une deuxième série de travaux se rapporte plutôt à l'analyse pure. Afin de trouver un cadre naturel pour la théorie quantique de la diffusion, Alex Grossmann commence par étudier une famille concrète d'espaces de Hilbert, invariants par transformation de Fourier et pouvant contenir des fonctions à croissance rapide et donc des distributions non tempérées. La perspective d'une description mathématiquement correcte d'opérateurs très singuliers entre de tels espaces va conditionner sa démarche pendant plusieurs années. Dans sa recherche de propriétés spectrales « invariantes » par changement d'espace de Hilbert, Alex Grossmann a été amené à introduire une classe nouvelle d'espaces fonctionnels, appelés « Nested Hilbert Spaces », qui sont en quelque sorte des treillis d'espaces de Hilbert. Cette construction élaborée en 1966-67 voulait produire une théorie satisfaisante des résonances. (Elle sera généralisée et quelque peu simplifiée quelques dix ans plus tard en collaboration avec J. P. Antoine, avec la construction d'espaces à produits internes partiels). De cette théorie découlera quelques années plus tard la méthode des dilatations complexes de J.M. Combes (avec J. Aguillar) : Les résonances sont les valeurs propres de l'opérateur de Schrödinger « complexifié ». Il faut reconnaître là bien plus que l'empreinte des idées d'Alex Grossmann. Un article de 1970, en collaboration avec G. Loupiaz et E. Stein, présente pour la première fois une théorie semi-classique mathématique du processus de quantification. Ce travail qui sert désormais de référence dans le domaine, a ouvert la voie à des développements considérables autour de la notion d'opérateurs pseudo-différentiels avec constante de Planck, maintenant communément utilisés, tant en physique qu'en mathématique. Alex Grossmann reviendra à la fin des années des 70 aux problèmes de quantification, avec la mise en évidence du rôle important de l'opérateur de parité (symétrie autour de l'origine) déplacé dans l'espace des phases, comme bloc élémentaire dans le procédé de quantification de Weyl (groupe de Wigner-Weyl). Ici aussi de nombreux travaux suivront, avec entre autres P. Huguenin, H. Bacry, J. Zak, J. Reignier, et surtout avec comme point culminant la thèse de doctorat d'I. Daubechies (1980). Bien longtemps après, la transformée de Wigner est devenue un « classique » en analyse semi-classique et plus récemment en théorie des équations cinétiques. La vision

algébrique d'Alex Grossmann reste une source d'inspiration constante dans ce domaine, ce qui nous amène au sujet suivant.

Le lien entre analyse et algèbre devient de plus en plus présent de nos jours sur la scène de la physique (théorique et mathématique) : les travaux de J. Bellissard, inspirés de ceux d'A. Connes, sont là pour le prouver. Il est important de mentionner, comme se plaît à le faire remarquer J. Bellissard lui-même, qu'Alex Grossmann a été le premier à exhiber une situation physique (théorie du solide avec champ magnétique) dont l'algèbre de von Neumann associée est de type II (et non de type I). Ce travail pionnier date de 1972, bien avant la géométrie non-commutative.

Parallèlement à ces développements mathématiques, Alex Grossmann s'est intéressé et investi dans de nombreux problèmes physiques. Au-delà de ses travaux sur la mécanique quantique dans l'espace des phases, que nous avons déjà mentionnés, il convient d'insister sur sa contribution en physique du solide avec en particulier l'introduction du concept d'interaction ponctuelle. Sa bibliographie montre clairement que son cheminement scientifique l'a régulièrement ramené à des questions d'état solide (hamiltoniens de Bloch, modèles de Kronig-Penney, pseudo-potentiels de Fermi) comme par exemple l'étude des propriétés spectrales d'hamiltoniens concrets : le modèle d'interaction ponctuelle monodimensionnel de Kronig-Penney avait donné lieu à plusieurs généralisations en dimension supérieure (notamment les pseudo-potentiels de Fermi sur lesquels Alex Grossmann reviendra dans les années 80 avec T.T. Wu), mais celles-ci souffraient d'une mauvaise définition mathématique (en dimension supérieure à un, la masse de Dirac est une perturbation trop forte du laplacien et détruit le caractère auto-adjoint) jusqu'à ce que l'analyse non-standard (une théorie mathématique des infiniment petits) ne donne une définition rigoureuse mais un peu « exotique » et peu maniable. Dans un article en collaboration avec R. Høegh-Krohn et M. Mebkhout, le problème est en quelque sorte démystifié par une définition de type analyse fonctionnelle : c'est sur la résolvante qu'il fallait travailler.

Il faudrait encore parler de quantification des transformations canoniques (réelles et complexes), des « sauts de moutons », des interactions champs-atome (avec A. Tip), la théorie des antennes (avec T.T. Wu), ..., la liste est longue.

La deuxième partie de la carrière scientifique d'Alex Grossmann se confond avec l'histoire des ondelettes. Ayant travaillé longtemps avec le groupe de Weyl-Heisenberg, Alex Grossmann était l'interlocuteur idéal pour un géophysicien qui se posait depuis des années le problème de l'échantillonnage de signaux sismiques. De tels signaux, témoins de toutes les couches géologiques, présentaient la difficulté majeure de n'avoir pas d'échelle caractéristique, ruinant l'application des méthodes temps-fréquences, associées à une fenêtre d'observation fixée à l'avance. En proposant une analyse temps-échelle basée sur des développements en « ondelettes de forme constante », Jean Morlet apportait une solution technique prometteuse, comme le démontraient certains tests numériques très encourageants. En réalisant que cette approche phénoménologique était équivalente à une décomposition en états cohérents généralisés, Alex Grossmann comprit qu'il fallait abandonner le groupe Weyl-Heisenberg pour le remplacer par le groupe affine « $ax+b$ ». Les translations cédant leur place aux dilatations, plus sensibles aux détails à petite échelle des signaux sismiques.

Nous voyons là un aspect épistémologique extrêmement important : ce ne sont pas les états cohérents de la mécanique quantique qui ont été utiles en théorie du signal, mais ce sont bien eux, en revanche, qui ont permis à Alex Grossmann d'effectuer ce pas décisif d'une profonde compréhension théorique, abstraite presque, des méthodes empiriques de Jean Morlet. Pas décisif qui a donné lieu au développement si fructueux et si *multidisciplinaire* des ondelettes.

En donnant, au début des années 80, un cadre rigoureux aux concepts de cette nouvelle décomposition temps-échelle, Alex Grossmann et Jean Morlet posaient les fondations de la transformation en ondelettes continue. C'est ainsi qu'est née la théorie « des ondelettes ». Celle-ci va très vite connaître un essor important sous l'impulsion d'Alex Grossmann et de certains de ses étudiants et collaborateurs. En collaboration avec I. Daubechies et Y. Meyer, il établit le pendant discret de la décomposition en ondelettes : ainsi un signal peut désormais être décrit à l'aide d'une famille dénombrable de fonctions, dilatées et translatées d'une même fonction élémentaire. Puis viendra la découverte fondamentale de bases orthogonales d'ondelettes par Y. Meyer. La notion d'analyse multi-résolution introduite par S. Mallat permettra ensuite d'appréhender le problème de la construction de telles bases dans un cadre général. Elle conduira à la mise au point d'algorithmes rapides qui, combinés aux bases d'ondelettes à support compact construites par I. Daubechies (avec A. Cohen et J.C. Fauveau pour leurs versions biorthogonales, présentes dans JPEG2000) contribueront à asseoir définitivement la transformation en ondelettes comme un outil d'analyse très puissant.

Depuis les travaux originaux de Jean Morlet et Alex Grossmann, l'analyse en

ondelettes a été exploitée dans des domaines aussi variés que l'analyse et la synthèse du signal, la détection de discontinuités, les problèmes de reconnaissance de formes, l'analyse et le traitement des images, la théorie des fractales, le problème inverse en théorie du potentiel (F. Moreau, G. Saracco), l'analyse de phénomènes turbulents (M. Farge), la mécanique quantique (thèse de T. Paul sous la direction d'Alex Grossmann, dilatations complexes, intégrale de Feynman), etc.

Loin de se cantonner dans un rôle d'inspirateur de grand talent, Alex Grossmann est avant tout un acteur qui a su rester au premier plan durant toutes ces années. En effet, dans la ligne directe de ses motivations originelles en analyse du signal, Alex Grossmann a consacré beaucoup d'efforts au développement de la transformation en ondelettes comme outil d'analyse et de synthèse du son. Sa collaboration privilégiée avec R. Kronland-Martinet du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille a non seulement été fructueuse mais a incontestablement contribué à « médiatiser » cette nouvelle technique et à accroître encore son potentiel d'application. Il est aussi important de noter que c'est dans le travail effectué en collaboration avec M. Holchneider, R. Kronland-Martinet et J. Morlet sur la détection de changements abrupts dans les signaux sonores que l'on trouve les prémices de l'application future de la transformée en ondelettes à la caractérisation des objets fractals : en démontrant la capacité de cette technique à détecter et caractériser les singularités d'une fonction, c'est déjà l'analogie avec un microscope mathématique que l'on voit se dessiner.

C'est encore à Alex Grossmann que revient le mérite de la généralisation en dimension supérieure de la transformation en ondelettes continue. C'est lui qui a suggéré l'idée à R. Murenzi, qui l'a conseillé et encadré étroitement lors de sa démarche mathématique vers l'élaboration d'une transformation en ondelettes associée au groupe Euclidien à d -dimensions avec dilatation (avec J.P. Antoine), ouvrant la voie à tout un domaine d'applications en analyse et traitement d'images (reconnaissance de formes, détection de contours ou de textures).

La combinaison de l'approche continue et de l'utilisation d'ondelettes progressives ou directionnelles (c'est-à-dire telles que le support de leur transformée de Fourier soit contenu dans un cône convexe avec sommet l'origine), est une spécialité qui est longtemps restée « Marseillaise », comme se plaisait à dire Alex. L'utilisation de telles ondelettes permet en effet de définir une « fréquence instantanée » (locale aussi en échelle), qui peut se révéler très précieuse dans de nombreuses applications (signaux RMN, rétrodiffusion acoustique, cycles de Milankovitch, détection d'ondes gravitationnelles). L'importante contribution dans ce domaine du groupe de Marseille (LMA et CPT) est une nouvelle preuve de la perspicacité d'Alex et du rôle qu'il a joué pendant des années à Marseille.

III

Mais il y a aussi un Alex Grossmann d'après les ondelettes.

Suite à certaines discussions sur l'analyse en ondelettes des séquences d'ADN, en particulier avec A. Arnéodo, Alex Grossmann s'est résolument tourné, dans la troisième partie de sa carrière, vers la génétique et la biologie, preuve d'un dynamisme et d'une soif de connaissance tout à fait exceptionnels. Il a dans ce contexte utilisé puis développé des approches qui relèvent de l'analyse de données, de la modélisation probabiliste puis de la combinatoire et de l'informatique théorique.

Par une étude des corrélations entre diverses données d'expression génique au moyen de techniques d'analyse statistique, il a modélisé, avec A.S. Carpentier, A. Hénaut et B. Torrèsani, la façon dont chaque gène peut inférer la possibilité pour un chromosome d'être compacté.

Dans un article en collaboration avec A. Hénaut, C. Devauchelle et B. Torrèsani, l'évolution de séquences génétiques (de protéines) est modélisée par des chaînes de Markov sur des arbres. Les nœuds de ces arbres révélant les divergences par rapport à l'évolution par mutations ponctuelles. Ce modèle révèle que, dans beaucoup de cas, les dynamiques évolutives sont obtenues à partir d'une matrice stochastique universelle donnée numériquement, ainsi que les temps de divergence, par une simple régression linéaire. Autrement dit, on peut reconstruire une histoire évolutive à partir de simples comparaisons de séquences génétiques. Si ce modèle d'évolution sur des arbres n'était pas nouveau, cette confrontation aux données était très originale et très intéressante par sa simplicité. Alex était fasciné par la possibilité d'inférer l'évolution à partir de séquences génomiques contemporaines.

Alex Grossmann s'est alors beaucoup intéressé à ces phénomènes de croissance et de reconstruction d'arbres phylogénétiques à partir de séquences génétiques par des méthodes originales relevant de la combinatoire et de l'informatique théorique (avec C. Devauchelle, A. Dress, S. Grünwald, A. Hénaut et J. Weyer-Menkhoff).

Sa soudaine passion, à presque soixante-dix ans, pour le traitement des données réelles, et les développements informatiques lourds qui l'accompagnent, l'a conduit à développer des codes de calcul très complexes et à écrire des milliers de lignes de code.

COMMENT CONCLURE UN SI COURT MAIS SI VERTIGINEUX PANORAMA ?

On le voit, il n’y a plus d’ondelettes dans les travaux d’Alex Grossmann sur la génétique. C’est un fait marquant de sa véritable dynamique multidisciplinaire et originale : non pas transporter son savoir-faire dans un champ nouveau – ce qui tend trop souvent à adapter les problèmes posés à sa propre boîte à outils – mais bien aller innover, grâce à sa propre culture, dans de nouvelles problématiques et leurs méthodologies associées.

En plus de cinquante ans de carrière, il a su continuellement superposer l’abstrait au concret, le culturel au créatif, le rigoureux à l’imaginatif. L’empreinte qu’il a laissé dépasse considérablement le volume, pourtant important, des articles qu’il a publiés.

Pour ses élèves et tous ceux qui ont travaillé sous sa responsabilité, parler de formation ne convient pas, pour lui qui avait commencé son éducation dans une école Montessori à Zagreb dans les années trente. Il ne formait pas au sens banal du terme, il aurait plutôt, sainement, *déformé* afin que chacun trouvât *sa* propre forme.

Par son jeu des possibles, aussi bien en sciences qu’en langues, arts, littérature et, au fond, méthodologie, Alex Grossmann était bien, au sens strict du mot, un homme multidisciplinaire.

Thierry Paul

- merci à Albert Cohen, Stéphane Jaffard et Bruno Torrèsani -